

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi zimski ispitni rok – 29. siječnja 2024.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (20 bodova) U prostoru $\mathbb{R}^3$ dani su sljedeći vektori:

$$\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k},$$

$$\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\vec{c} = -5\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}.$$

- a) Dokažite da vektori $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$ čine bazu prostora $\mathbb{R}^3$.
- b) Prikažite vektor $\vec{d} = -\vec{i} + 6\vec{j} - 8\vec{k}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}$, $\vec{b}$ i $\vec{c}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi zimski ispitni rok – 29. siječnja 2024.

Zadatak 2. (20 bodova) Zadan je trapez $ABCD$ s osnovicama $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ takav da je $|AB| = 2|CD|$. Pravci AD i BC sijeku se u točki S . Neka je M polovište dužine $\overline{CS}$, a točka N na dužini $\overline{AD}$ tako da vrijedi $|DN| = 2|NA|$. Neka je točka P sjecište pravaca BD i MN . Odredite omjer duljina dužina $\overline{DP}$ i $\overline{BP}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi zimski ispitni rok – 29. siječnja 2024.

Zadatak 3. (20 bodova) Odredite površinu i težište trokuta kojem dva vrha imaju koordinate $(1, -1, 1)$ i $(1, 3, 1)$, a treći vrh se nalazi na presjeku pravaca $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-2}$ i $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{2}$. Nadalje, odredite pravac koji je okomit na ravninu koja sadrži taj trokut te prolazi ishodištem.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi zimski ispitni rok – 29. siječnja 2024.

Zadatak 4. (20 bodova)

- (a) Odredite kut između ravnine $2x + 3y + 5z + 7 = 0$ i pravca koji spaja ishodište sa sjecištem promatrane ravnine i pravca $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+3}{-1}$.
- (b) Neka je dana ravnina $ax + by + cz + d = 0$ te neka je dana točka T takva da je njezin radijvektor jedinični vektor. Dokažite da kut između ravnine i pravca koji spaja ishodište i točku T ne ovisi o konkretnom izboru točke T .

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Prvi zimski ispitni rok – 29. siječnja 2024.

Zadatak 5. (20 bodova) Zadana je parabola $y^2 = 4x$ s fokusom F . Pravac kroz F siječe parabolu u točkama A i B . Neka je P polovište dužine $\overline{AB}$. Odredite geometrijsko mjesto svih takvih točaka P . Koja je to krivulja?